

INF155: Informática Teórica

Ayudantía 7: Máquinas de Turing

Aldo Berrios Valenzuela

Miércoles 01 de Junio de 2016

7. Máquinas de Turing

Idea Representar en forma “simple” (manejable teóricamente) el hacer cálculos manualmente. Las TM se pueden representar con una 7-tupla.

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, B, F) \quad (7.1)$$

Donde:

- Q : conjunto finito de estados.
- Σ : alfabeto de entrada.
- Γ : alfabeto de la cinta.
- δ : función de transición.
- $q_0 \in Q$: estado inicial.
- $B \in \Gamma$: blanco, $B \notin \Sigma$ ($\#, B, -$)
- $F \subseteq Q$: estados finales.

M parte en q_0 al inicio del string S : la máquina está en el estado q viendo el símbolo x en la cinta y $(P, Z, D) \in (q, x)$. Se sobrescribe x con z y se mueve en la dirección D (left, right) y avanza al estado P . Si estamos en el comienzo de la cinta y D es L , la máquina se traba y no acepta $\delta(q, x) = \emptyset$, para todo estado $q_f \in F$ la máquina acepta y se detiene.

7.1. Tipos de Máquinas de Turing

- **Múltiples pistas:** La cinta está dividida en pistas, el cabezal al leer escribe un símbolo, en caso de una TM múltiples pistas el cabezal escribe N símbolos.
- **Múltiples cabezales:** una cinta y varios cabezales independientes.
- **Múltiples cintas:** existen múltiples cintas cada una con su propio cabezal.

Notación:

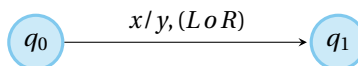


Figura 1: La máquina lee x en el estado q_0 , lo reemplaza por y , pasa al estado q_1 y avanza en dirección $(L o R)$

7.2. Ejercicios

Ejercicio 7.1. Reconocer $\{a^N b^N c^N, N \geq 1\}$ con una TM.

Solución. Idea: leer el primer símbolo del string de entrada (Ejemplo: *aaabbbccc*) y reemplazarlo por una *x*. El cabezal avanza hasta leer la primera *b*, reemplaza por una *x*, avanza a la primera *c* y reemplaza por una *x*.

El paso por paso es:

1. $\dots\#\#\text{aaabbbccc}\#\#\dots$

Avanzamos a la primera *a*

2. $\dots\#\#\text{xaabbbccc}\#\#\dots$

Reemplazamos esa *a* por *x* y avanzamos hasta la primera *b*.

3. $\dots\#\#\text{xaaxbbccc}\#\#\dots$

Reemplazamos esa *b* por *x* y avanzamos hasta la primera *c*.

4. $\dots\#\#\text{xaaxbbxccc}\#\#\dots$

Reemplazamos esa *c* por *x* y retroceda hasta el inicio. Luego, avance hasta la primera *a* que encuentre. Y repita los pasos anteriores.

5. Al terminar, vemos que la cinta queda compuesta por $\dots\#\text{xxxxxxxxx}\#\#\dots$.

Note que # es el símbolo blanco y \dots indica “más allá de la cinta”.

□

Ejercicio 7.2. Una descripción de TM que consta de Γ (incluye Σ , $b \in \Sigma$)

- $Q: q_0, q_y$ (acepta), q_N (rechaza).
- $\delta: Q \setminus \{q_y, q_N\} \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{-1, +1\}$

La entrada es $\sigma \in \Sigma^*$, en posiciones 1 a $|\sigma|$ de la cinta las demás contienen *b*.

Partiendo del ejemplo $\sigma = 10100$ determine el lenguaje que acepta la máquina $\Gamma = \{0, 1, b\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$.

$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_y, q_N\}$ y S dado por la tabla.

q	0	1	b
q_0	$(q_0, 0, +1)$	$(q_0, 1, +1)$	$(q_1, b, -1)$
q_1	$(q_2, b, -1)$	$(q_3, b, -1)$	$(q_n, b, -1)$
q_2	$(q_y, b, -1)$	$(q_n, b, -1)$	$(q_n, b, -1)$
q_3	$(q_n, b, -1)$	$(q_n, b, -1)$	$(q_n, b, -1)$

Cuadro 1: Tabla de transición de la máquina de Turing.

Solución. Describimos a través de descripciones instantáneas:

$$\begin{aligned}
 q_0 10100 &\rightarrow 1 q_0 0100 b \\
 &10 q_0 100 b \\
 &101 q_0 00 b \\
 &1010 q_0 0 b \\
 &10100 q_0 b & (7.2) \\
 &1010 q_2 b b & (7.3) \\
 &101 q_y b b b
 \end{aligned}$$

Al estar el (7.2), vemos que si el último bit fuese 1, nos iríamos a q_3 y la TM en este estado siempre rechaza. De la misma forma, cuando estamos en (7.3), vemos que si el último bit es 1 (el que vamos a leer), nuevamente nos vamos al estado q_3 y por lo tanto, la TM rechaza. En conclusión, los últimos 2 bits siempre deben ser 0 sí o sí.

De acuerdo a lo anterior, vemos que el lenguaje aceptado por esta máquina de Turing es $(1|0)^*00$. □