

INF155: Informática Teórica

Clase 26: Problemas Intratables

Aldo Berrios Valenzuela

Jueves 16 de Junio de 2016

1. Problemas Intratables

Un problema tiene solución eficiente si hay un algoritmo que decide si $\sigma \in L_P$ en tiempo acotado por un polinomio en $|\sigma|$. (En forma poco precisa se dice que si $f(n)$ no está acotada por un polinomio, es exponencial)

Se dice que P se reduce polinomialmente a Q ($P \leq_p Q$) si hay un algoritmo que traduce una instancia σ de P en una instancia de Q con /* algo falta aquí, creo que es “con tiempo polinomial p ” */. Las reducciones anteriores nos decían: “podemos hacer la reducción, pero el tiempo no importa”. En este caso, si.

Notar que si $P \leq_p Q$, y Q tiene solución eficiente, P tiene solución eficiente (funciona de la misma forma que vimos en veces anteriores).

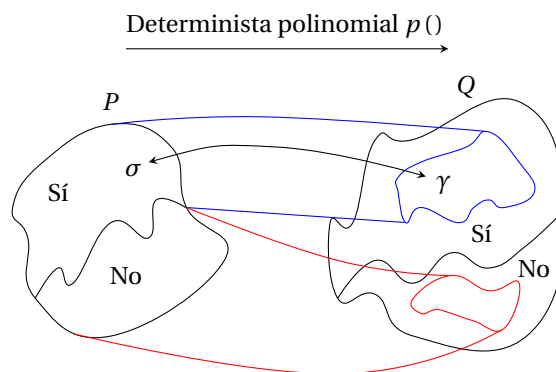


Figura 1: En el futuro, nos interesarán aplicar las reducciones que vimos anteriormente. Note que $|\gamma| \leq p(|\sigma|)$

1.1. Problemas en P y NP

Un problema se dice que está en P si hay un algoritmo que lo resuelve en tiempo polinomial.

Un problema está en NP si hay una TM no determinista que acepta L_P en tiempo polinomial.

Ejemplos:

- Problema en P: calcular una contraseña.
- Problema en NP: adivinar una contraseña.

Supongamos representaciones “cuerdas”...

Claramente $P \subseteq NP$. ¿Es $P \subset NP$, o equivalente, $P = NP$?. Nadie sabe...

Notar que si $A \leq_p B$ y $B \in \text{NP}$, entonces $A \in \text{NP}$. De la misma forma, si $A \leq_p B$, y $B \in \text{P}$, entonces $A \in \text{P}$.

Definición 1.1. Un problema se llama NP-duro (NP-hard) si todos los problemas en NP se reducen polinomialmente a él (H en la Figura 2).

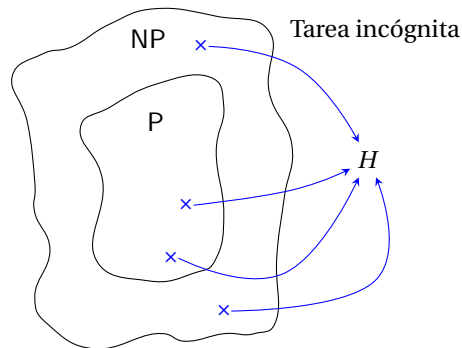


Figura 2: Representación gráfica de un problema NP-duro. Si podemos reducir todos los problemas en NP a un problema H , entonces el problema es NP-duro.

Definición 1.2. Un problema se llama NP-completo (NP-complete) o completo para NP si es NP-duro y está en NP (Problema C en la Figura 3).

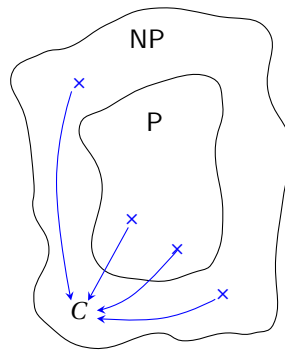


Figura 3: Representación gráfica de un problema NP-completo.

Notar que si se halla un problema NP-completo C con solución determinista polinomial, automáticamente $\text{P} = \text{NP}$.

Observación Si un problema H es NP-completo o NP-duro, es claro que no está en P , siempre que $\text{NP} \neq \text{P}$.