

INF155: Informática Teórica

Clase 1: Introducción al Ramo

Aldo Berrios Valenzuela

Martes 8 de Marzo de 2016

1. Ponderaciones

Ponderaciones:

- Certamen 1: 30 %
- Certamen 2: 35 %
- Ayudantías: 5 %
- Tareas: 30 %

2. Preámbulo

Idea Teoría de lenguajes autómatas, computabilidad, complejidad.

2.1. Alfabetos, palabras, lenguajes

Definición 2.1. Un alfabeto es un **conjunto finito** de símbolos atómicos. Suelen nombrarse con símbolos griegos mayúsculas: $\Sigma, \Gamma, \Delta, \dots$

Definición 2.2. Una palabra (string) sobre el alfabeto Σ es una secuencia finita de símbolos de Σ . Suelen anotarse α, β, \dots . La secuencia vacía (largo 0) se llama ϵ . El largo de la palabra α se anota $|\alpha|$ (a veces $\lg \alpha$)

Definición 2.3. Un lenguaje sobre el alfabeto Σ es un conjunto de palabras sobre Σ .

2.2. Operaciones entre palabras

Definición 2.4. Sea Σ un alfabeto, $\alpha = a_1 a_2 \dots a_m, \beta = b_1 b_2 \dots b_n$ palabras sobre Σ . La concatenación entre α y β es:

$$\alpha \cdot \beta = a_1 a_2 \dots a_m b_1 b_2 \dots b_n$$

Comúnmente se anota $\alpha\beta$.

Nótese que la concatenación no es conmutativa, en general $\alpha \cdot \beta \neq \beta \cdot \alpha$.

Es asociativa:

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$$

Vemos que:

$$\epsilon \cdot \alpha = \alpha \cdot \epsilon = \alpha$$

Además:

$$|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| + |\beta|$$

(Notar que $\lg \alpha \cdot \beta = \lg \alpha + \lg \beta$ para aficionados a los logaritmos... se cumple la misma propiedad)

Definimos, para $n \in \mathbb{N}_0$:

$$\alpha^0 = \epsilon$$

$$\alpha^{n+1} = \alpha^n \cdot \alpha$$

Ojo: abuso de notación: Sea Σ un alfabeto, a un símbolo en Σ . Hay que tener cuidado con la ambigüedad: a puede ser un símbolo o una palabra. Es importante identificar el contexto.

Usaremos simplemente a para anotar el símbolo y también para la palabra de un símbolo (palabra de largo 1).

De la misma forma, resulta cómodo anotar Σ para el lenguaje de todas las palabras de largo 1 sobre Σ .

2.3. Operaciones entre lenguajes

Los lenguajes son conjuntos, en consecuencia, las operaciones entre conjuntos también se aplican a los lenguajes.

Los lenguajes son conjuntos de palabras. Sean L_1, L_2 lenguajes sobre Σ :

Definición 2.5. $L_1 \cdot L_2 = \{\alpha \cdot \beta : \alpha \in L_1 \wedge \beta \in L_2\}$

Notar que $L_1 \cdot L_2 \neq L_2 \cdot L_1$, en general.

Vemos que: $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3) \rightarrow$ por la asociatividad de concatenación entre palabras.

Tenemos, por propiedades de unión de conjuntos, si L_1, L_2, L_3 son lenguajes sobre Σ :

- $L_1 \cup L_2 = L_2 \cup L_1$
- $(L_1 \cup L_2) \cup L_3 = L_1 \cup (L_2 \cup L_3)$.
- $\emptyset \cup L_1 = L_1 \cup \emptyset = L_1$
- $(L_1 \cdot L_2) \cdot L_3 = L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3)$
- $\{\epsilon\} \cdot L_1 = L_1 \cdot \{\epsilon\} = L_1$
- $L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = (L_1 \cdot L_2) \cup (L_1 \cdot L_3)$
- $(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3)$

Resulta también:

$$\emptyset \cdot L_1 = L_1 \cdot \emptyset = \emptyset$$

Cuidado: no confunda \emptyset , $\{\epsilon\}$, ϵ .

Definición 2.6. Sea L un lenguaje sobre Σ . Definimos:

- $L^0 = \{\epsilon\}$
- $L^{n+1} = L^n \cdot L$ si $n \geq 0$
- $L^* = \bigcup_{n \geq 0} L^n$
- $L^+ = \bigcup_{n \geq 1} L^n$

En particular abuso: Σ^* son todas las palabras sobre Σ .

Observación Aplicando las definiciones anteriores, se tiene que:

$$L^+ = L \cdot L^* = L^* \cdot L$$