

Inteligencia Artificial

Técnicas de Filtro y Consistencia

Elizabeth Montero Ureta

Departamento de Informática
Universidad Técnica Federico Santa María

1er Semestre 2018

- 1 Filtrado
- 2 Consistencia
- 3 Consistencia de Nodos
- 4 Consistencia de Arcos
 - Algoritmo AC-1
 - Algoritmo AC-3
 - Observaciones
- 5 Consistencia de Caminos
- 6 K-consistencia
- 7 Consideraciones Importantes

Filtrado: Definición

Proceso de filtrado

- 1 Transforma un problema P en P'
- 2 Elimina los elementos que, **con seguridad**, no pueden ser parte de la solución

Propiedades

- Simplificación del problema por reducción del espacio de búsqueda
- El problema reducido (P') es equivalente al problema original (P)
- A veces detecta ausencia de solución

Consistencia: Definición

Consistencia/Coherencia

- Grado de compatibilidad entre los valores de los dominios y las restricciones
- Niveles de consistencia
 - Consistencia Local (Inicial):
 - Consistencia de Nodos, de Arcos, de Caminos, K-consistencia
 - Consistencia Global (**Resolver!**)

Definición formal de un CSP

- Un conjunto de Variables:

$$X = \{X_1, \dots, X_n\}$$

- Un conjunto de Dominios:

$$D = \{D_1, \dots, D_n\},$$

donde D_i es el conjunto finito de los valores posibles de X_i

- Un conjunto de Restricciones:

$$C = \{C_1, \dots, C_m\},$$

donde C_i está definida sobre un conjunto de variables $\{X_{i1}, \dots, X_{ik}\}$

- Un conjunto de Relaciones:

$$R = \{R_1, \dots, R_m\},$$

donde R_i es el conjunto de las combinaciones de valores que satisfacen C_i

- Resolver: Encontrar valor de las variables que satisface todas las restricciones ó Detectar que el problema no tiene solución

Consistencia de Nodos

- Algoritmo de consistencia de nodos

```
procedure  $NC(X, D, C)$   
  for each  $X_i \in X$  do  
    for each  $a \in D_i$  do  
      if  $a \notin R$  then  $D_i := D_i - \{a\}$ ; end if  
    end for  
  end for  
end procedure
```

- La complejidad de $NC(X, D, C)$ es $O(n)$, lineal con respecto a la cantidad de variables

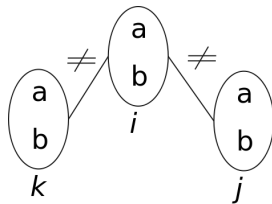
Consistencia de Arcos

- Definición:

Una variable X_i es arco-consistente ssi:

$\forall a \in D_i, \forall X_j \in C_{ij}$ conectado a X_i ,

$\exists b \in D_j$ tal que $(a, b) \in R_{ij}$



- Un problema es arco-consistente ssi todas sus variables son arco-consistentes
- Arco-consistencia supone nodo-consistencia

Consistencia de Arcos

- Filtro por consistencia de arco:
Eliminar todos los valores que no cumplen con la propiedad
- Para establecer la consistencia de arcos, se **propagan** las reducciones de dominios hasta obtener un punto fijo
- Un valor es viable si posee un valor compatible dentro de los dominios de las variables unidas por una restricción
- Un valor que no es viable será eliminado del dominio de una variable (**soporte**).

Procedimiento REVISE

```
procedure REVISE ( $X_i, X_j$ )  
  DELETE  $\leftarrow$  false;  
  for each  $a$  in  $D_i$  do;  
    if there is no such  $b$  in  $D_j$  such that  $(a, b)$  is consistent then  
      delete  $a$  from  $D_i$ ;  
      DELETE  $\leftarrow$  true;  
    end if;  
  end for;  
  return DELETE;  
end REVISE
```

Algoritmo AC-1

procedure AC-1

$Q \leftarrow \{(X_i, X_j) \text{ in } \textit{arcs}(G), i \neq j\};$

repeat

 CHANGE \leftarrow false;

for each $(X_i, X_j) \in Q$ **do**

 CHANGE \leftarrow (*REVISE*(X_i, X_j) or CHANGE);

end for

until not(CHANGE);

end AC-1

Algoritmo AC-3

procedure AC-3

$Q \leftarrow \{(X_i, X_j) \in \text{arcs}(G), i \neq j\};$

while Q not empty

 select and delete any arc (X_k, X_m) from Q ;

if $(\text{REVISE}(X_k, X_m))$ **then**

$Q \leftarrow Q \cup \{(X_i, X_k) \text{ such that } (X_i, X_k) \in \text{arcs}(G), i \neq k, i \neq m\}$

end if

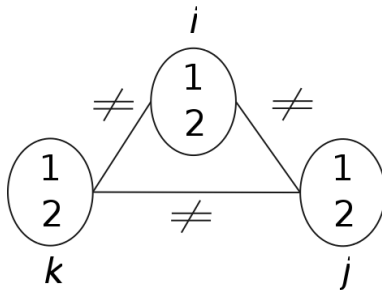
end while

end AC-3

Observaciones sobre filtrado por consistencia de arcos

- El algoritmo AC-3 no es caro
- Es simple de implementar
- Existe AC-5 que es menor en complejidad pero requiere características de biyección y monotonicidad.
Estas herramientas son utilizadas por softwares actuales

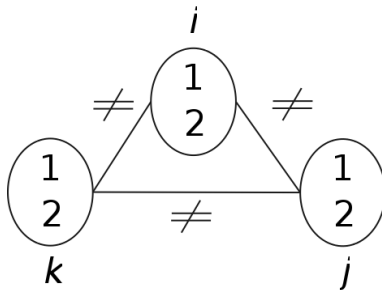
Ejemplo:



Filtrado por consistencia de CAMINOS

- Un par de variables (X_i, X_j) es trayectoria consistente ssi:
 $\forall (a, b) \in D_i \times D_j, \forall X_k \in X$ conectada a X_i y X_j , $(a, b) \in R_{ij}$
 $\exists c \in D_k$, tal que $(a, c) \in R_{ik}$ y $(b, c) \in R_{jk}$
- Un problema es camino consistente ssi:
Todos los pares de variables son camino consistentes
- Filtrado por consistencia de caminos:
Eliminar todos los pares de valores que no cumplan la propiedad
- El algoritmo empieza a ser caro
 - Complejidad es $O(n^3 d^5)$ para PC2 (Mackworth, 77)
 - Complejidad es $O(n^3 d^3)$ para PC3 (Mohr, 86)
- Es más complejo de implementar que AC
- Su aplicación puede agregar restricciones al grafo cambiando la topología
- Conclusión: Poco utilizado

Ejemplo:



Acerca de la k consistencia

- Nodo consistencia (1-consistencia): Consistencia de 1 nodo
- Arco consistencia (2-consistencia): Consistencia entre 2 nodos
- Camino consistencia (3-consistencia): Consistencia entre 3 nodos
- k-consistencia: Consistencia entre k nodos
Una red es k-consistente ssi dada cualquier instanciación de $k - 1$ variables, que satisfagan todas las restricciones entre ellas, existe al menos una instanciación de una variable k , tal que se satisfacen las restricciones entre las k variables.
- En general, el chequeo de k-consistencia, supone el chequeo de j-consistencia $\forall j < k$ (k-consistencia fuerte)

Modelamiento Coloreo de grafos (1/2)

- Suponga que desea colorear un automóvil, cuyas partes son:
 - Parachoques
 - Techo
 - Alerones
 - Carrocería
 - Puertas
 - Capot
- Se tiene un conjunto de colores disponibles para colorear dicho automóvil
 - Blanco
 - Rosado
 - Rojo
 - Negro

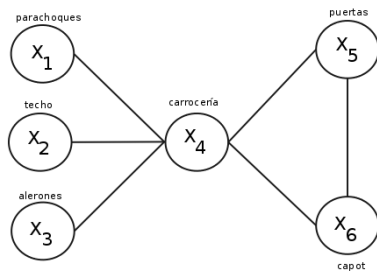
Sea $A \triangleleft B$ A es más claro que B , entonces:

Blanco \triangleleft Rosado, Rosado \triangleleft Rojo y Rojo \triangleleft Negro.

Modelamiento Coloreo de grafos (2/2)

- Considere las siguientes restricciones
 - El parachoques debe ser blanco
 - El techo debe ser rojo
 - Los alerones no pueden ser blancos ni negros
 - La carrocería, las puertas y el capot deben ser del mismo color
 - El parachoques, el techo y los alerones deben ser más claros que la carrocería

Grafo de restricciones



Consideraciones Importantes

En un CSP binario:

- Si un problema tiene solución, entonces ¿Es arco-consistente?
- Si un problema es arco-consistente, entonces ¿Tiene solución?
- Si un problema es arco-consistente, y todas las variables tienen un sólo valor posible en el dominio, entonces ¿El problema tiene solución?
- Si un problema es k-consistente, entonces ¿Tiene solución?